УДК 535.3

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ БЕСКОНЕЧНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЭКРАНОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДОЛГОВРЕМЕННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В АТМОСФЕРЕ

В.В. Дудоров, В.В. Колосов, Г.А. Филимонов

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск
E-mail: dvv@iao.ru, kvv@iao.ru, fga@iao.ru

Предлагается новый алгоритм для формирования случайных фазовых экранов, используемых при численном решении задачи распространения лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Моделирование экранов выполняется с учетом временных флуктуаций показателя преломления среды, что позволяет избавиться от периодичности, возникающей при поперечном смещении экранов, имеющих конечные размеры. Таким образом, становится возможным формировать меняющиеся во времени турбулентные экраны неограниченной (бесконечной) протяженности. Новый подход находит свое применение в задачах моделирования долговременных экспериментов в турбулентной атмосфере. Проведено сравнение численных и реальных экспериментов.

Введение

Исследования проблем, возникающих при распространении лазерного излучения в турбулентной атмосфере, получили свое развитие еще в 70-х гг. прошлого века. К этому времени относятся теоретические результаты по выявлению основных эффектов и закономерностей в этой области. В настоящее время интерес исследователей привлечен к средствам компьютерного моделирования. Прежде всего, это связано с работой научных организаций мирового сообщества по построению различных лазерных систем, работающих в условиях реальной атмосферы. Построение каждой системы такого уровня связано с обязательными тестовыми испытаниями как системы в целом, так и ее составных частей. Объем проводимых натурных экспериментов желательно минимизировать, т. к. построение каждого варианта системы связано с большими финансовыми затратами. Именно поэтому методы компьютерного моделирования становятся все более популярными. Благодаря сравнительно невысокой стоимости их реализации, возможности оперативного внесения изменений и отработки большого числа вариантов, развитию данных методов уделяется все большее внимание. Ставятся задачи создания численных алгоритмов моделирования, наиболее адекватно отражающих реальные атмосферные процессы, в том числе и флуктуации показателя преломления.

При моделировании реальных лазерных систем важным требованием является выполнение расчетов для достаточно продолжительного времени их работы. Это время может быть настолько велико, что возникает необходимость учета перемещения неоднородностей атмосферы ветром на расстояния, существенно превышающие поперечные размеры пучка.

Моделью турбулентных неоднородностей в наиболее распространенных на сегодняшний день методах моделирования является один или несколько случайных турбулентных экранов [1–3]. Существующие методы формирования экранов ограниченной протяженности (порядка 2...20 радиусов пучка) непригодны для тех задач, где требуются экраны, существенно превышающие размеры радиуса пучка. В настоящее время авторам известна единственная работа, описывающая построение непериодических экранов произвольной протяженности [4]. Особенностью данного подхода является то, что он опирается на гипотезу Тейлора о замороженности турбулентности и требует больших вычислительных затрат.

В настоящей работе предлагается алгоритм формирования бесконечного турбулентного экрана на основе идеи о его временной эволюции, что позволяет учесть дополнительную временную трансформацию распределения турбулентных неоднородностей за счет флуктуаций скорости ветра.

1. Алгоритм построения изменяющегося во времени экрана

Традиционным подходом к решению задачи распространения лазерного излучения в турбулентной среде является метод расщепления по физическим факторам [1]. При этом дистанция z (расстояние между источником и приемником излучения) разбивается на N равных шагов Δz, а турбулентные неоднородности моделируются последовательностью случайных фазовых экранов. На каждом шаге влияние флуктуаций показателя преломления атмосферы учитывается в приближении геометрической оптики. В этом случае функция корреляции флуктуаций фазы связана с трехмерным пространственным спектром флуктуаций показателя преломления соотношением [2]:

$$B_S(\mathbf{r},\Delta z)=\int\int d\boldsymbol{\kappa}\Phi_S(\boldsymbol{\kappa},\Delta z)\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r})=$$
$$=2\pi k^2\Delta z\int\int d\boldsymbol{\kappa}\Phi_n(\boldsymbol{\kappa},\Delta z)\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}), \quad (1)$$

где B_S, Φ_S – функция корреляция и спектр флуктуаций фазы, Φ_n – спектр флуктуаций показателя преломления, $\mathbf{r}=\{x,y\}$ – координата в плоскости, перпендикулярной оси распространиения, $\boldsymbol{\kappa}$ –пространственная частота в спектральном пространстве, k – волновое число. При этом шаг Δz должен быть, с одной стороны, достаточно мал, чтобы можно было использовать приближение геометрической оптики, с другой стороны, достаточно ве-

лик, т. к. ур. (1) получено в приближении, что дистанция много больше продольного пространственного масштаба корреляции флуктуаций показателя преломления.

Представляя случайный фазовый экран в виде преобразования Фурье (метод случайных спектральных амплитуд):

$$S(\mathbf{r}) = \int\int d\boldsymbol{\kappa} A(\boldsymbol{\kappa}) \exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}) \quad (2)$$

и определяя, каким условиям должна удовлетворять спектральная амплитуда $A(\boldsymbol{\kappa})$, чтобы корреляционная функция для $S(\mathbf{r})$ совпадала с $B_S(\mathbf{r},\Delta z)$, получаем, что квадрат модуля спектральной амплитуды должен удовлетворять условию [3]

$$\left|A(\boldsymbol{\kappa})\right|^2 = \widehat{B}_S(\boldsymbol{\kappa}, \Delta z),$$

где $\widehat{B}_S(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2\pi}\int\int d\mathbf{r} B_S(\mathbf{r})\exp(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r})$, т. е. аргумент случайной спектральной амплитуды является детерминированным и его значение определяется видом спектра флуктуаций фазы плоской волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере. Случайность спектральной амплитуды определяется заданием ее случайной фазы. Выражение для случайного фазового экрана имеет следующий вид:

$$S(\mathbf{r}) = FT\{\sqrt{\Phi_S(\boldsymbol{\kappa})}\exp[i\tilde{\varphi}(\boldsymbol{\kappa})]\}, \quad (2)$$

где FT – оператор преобразования Фурье, $\tilde{\varphi}(\boldsymbol{\kappa})$ – случайный дельта-коррелированный фазовый множитель, равномерно распределенный в интервале $[0, 2\pi]$.

Для решения динамических задач, связанных с поперечным движением турбулентных неоднородностей, обычно используется гипотеза замороженности турбулентности $S(\mathbf{r},t)=S(\mathbf{r}-\mathbf{V}t,0)$, где $\mathbf{V}$ – поперечная к оси распространения скорость ветра, t – время. Используя свойство преобразования Фурье о сдвиге оригинала, из (2) получим следующее выражение для эволюции фазового экрана:

$$S(\mathbf{r},t) = FT\{\sqrt{\Phi_S(\boldsymbol{\kappa})}\exp[i\tilde{\varphi}(\boldsymbol{\kappa})]\exp[i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{V}t]\}. \quad (3)$$

Отметим, что традиционная процедура формирования фазовых экранов на основе гипотезы Тейлора о замороженной турбулентности позволяет учесть перенос турбулентных неоднородностей ветром, но не позволяет учитывать флуктуации этих неоднородностей, присутствующие в реальной атмосфере.

Сущность предлагаемого нами метода заключается в том, что стандартный подход моделирования турбулентных экранов на основе гипотезы Тейлора (3) модифицируется к виду

$$S(\mathbf{r},t+\Delta t) = FT\{\sqrt{\Phi_S(\boldsymbol{\kappa})}\, f(t+\Delta t,\boldsymbol{\kappa})\exp[i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{V}\Delta t]\}, \quad (4)$$

где изменение комплексной функции f во времени задается следующим рекуррентным выражением:

$$f(t+\Delta t,\boldsymbol{\kappa}) = p\, f(t,\boldsymbol{\kappa}) + \sqrt{1-p^2}\exp[i\tilde{\varphi}(t,\boldsymbol{\kappa})], \quad (5)$$

где $p=\exp(-\Delta t/\tau)$, Δt – шаг дискретизации задачи по времени, τ – параметр, характеризующий скорость эволюции экрана (скорость флуктуаций показателя преломления среды), $\tilde{\varphi}(t,\boldsymbol{\kappa})$ – случайный дельта-коррелированный во времени (по t) и в пространстве спектральных амплитуд (по $\boldsymbol{\kappa}$) фазовый множитель, равномерно распределенный в интервале $[0, 2\pi]$. Начальное выражение для функции f выбирается в виде

$$f(t=0,\boldsymbol{\kappa}) = \exp[i\tilde{\varphi}(t=0,\boldsymbol{\kappa})]. \quad (6)$$

Выражения (4), (5) удовлетворяет необходимым условиям равенства нулю среднего значения и сохранения дисперсии случайной величины f [4]. Еще одним важным преимуществом такого подхода является то, что он несущественно увеличивает общее время построения экрана, которое главным образом определяется временем вычисления быстрого преобразования Фурье.

Очевидно, что если не использовать рекуррентное выражение (5), а в (4) подставить начальное значение функции f в виде (6), то выражение (4) будет совпадать с традиционным подходом, соответствующим гипотезе Тейлора.

Использование выражений (4), (5) позволяет наряду с переносом турбулентных неоднородностей средним ветром учесть дополнительную временную трансформацию распределения турбулентных неоднородностей за счет мелкомасштабных флуктуаций скорости ветра. Под мелкомасштабными флуктуациями подразумеваются пространственные неоднородности распределения скорости ветра, размер которых меньше или порядка размера пучка. Коэффициент $p=\exp(-\Delta t/\tau)$ задается в интервале $0 \le p \le 1$ и позволяет регулировать относительный вклад случайных флуктуаций ветра на трансформацию неоднородностей атмосферы во времени по сравнению с их средним переносом. В частности случай $p=1$ ($\tau=\infty$) соответствует гипотезе Тейлора. При $\tau=0$ имеем экран, полностью обновляемый на каждом шаге по времени.

Отметим, что $V=0$ соответствует отсутствию среднего ветра или совпадению его направления с направлением оси распространения пучка. В этом случае средний ветер не вносит вклада во временные изменения неоднородностей, и данные изменения происходят исключительно за счет случайных флуктуаций скорости ветра с характерным временем, определяемым параметром τ.

Одним из важных достоинств предлагаемого подхода, связанного с использованием формул (4), (5), является то, что он позволяет получать неограниченный и непериодический фазовый экран для долговременного моделирования движущейся турбулентной среды.

2. Исследование применимости алгоритма к атмосферным задачам моделирования

Для исследования применимости предлагаемого алгоритма формирования турбулентных экранов к атмосферным задачам было проведено сравнение результатов работы алгоритма с экспериментальными данными. Эксперименты проводились сотрудниками ИОА СО РАН А.Л. Афанасьевым и А.П. Ростовым. Излучение распространялось на фиксированной во времени горизонтальной атмосферной трассе длиной 300 м на высоте 2,5 м от поверхности земли. Длина волны излучения равнялась 1,06 мкм, радиус пучка 12 см, радиус приемной апертуры 12 см. Среднее значение поперечной к трассе скорости атмосферного ветра изменялось от эксперимента к эксперименту в интервале от 0,1 до 2 м/с, среднеквадратичное отклонение скорости ветра от среднего значения σ составляло от 0,2 до 1,2 м/с. Время между последовательными наблюдениями составляло 40 мс. Измерялись временные зависимости флуктуаций центра тяжести оптического изображения по осям x и y. Типичный вид данных зависимостей для различных среднеквадратичных отклонений скорости ветра от среднего значения представлен на рис. 1. Видно, что в реальном эксперименте присутствуют два характерных масштаба флуктуаций.

Если построить автокорреляционные функции данных зависимостей

$$\gamma(\Delta t) = \frac{1}{< x^2 >}\left\langle (x(t) - < x >)(x(t+\Delta t) - < x >)\right\rangle,$$

то можно заметить, что степень корреляции в случае, соответствующем высоким флуктуациям скорости ветра σ=0,5 м/с, падает быстрее, чем в случае, соответствующем низким флуктуациям σ=0,3 м/с (рис. 2).

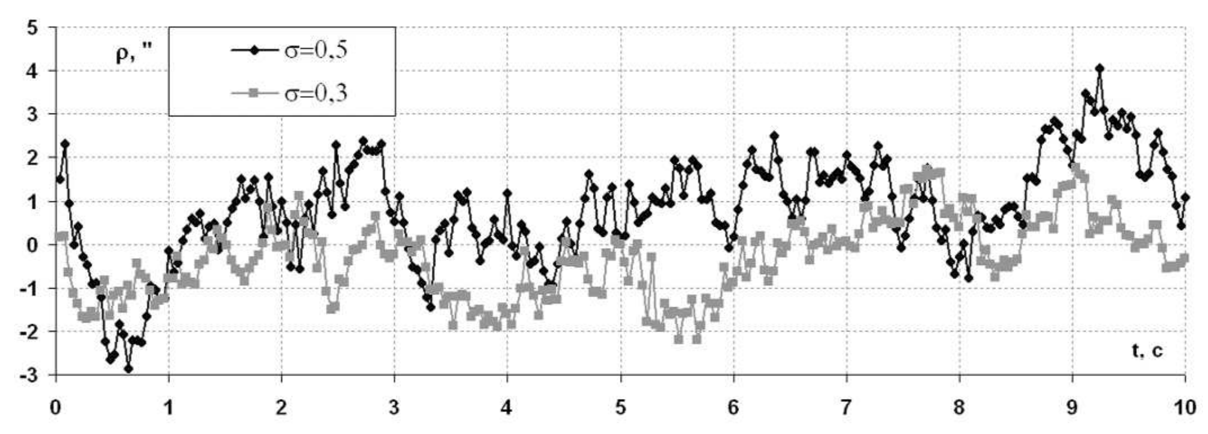


Рис. 1. Типичный десятисекундный интервал зависимостей флуктуаций x-координаты центра тяжести изображения для σ=0,3 и 0,5 м/с. Среднее значение поперечной к трассе скорости атмосферного ветра составляло 0,44 м/с

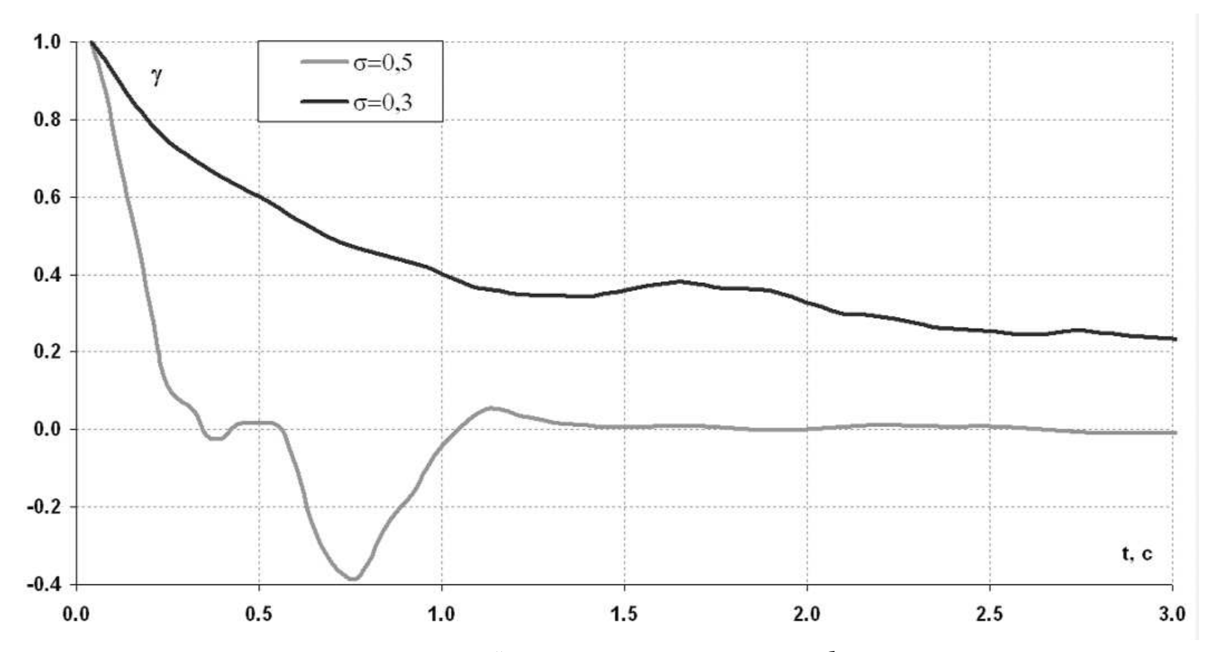


Рис. 2. Автокорреляционные функции флуктуаций x-координаты центра тяжести изображения, построенные по зависимостям, изображенным на рис. 1

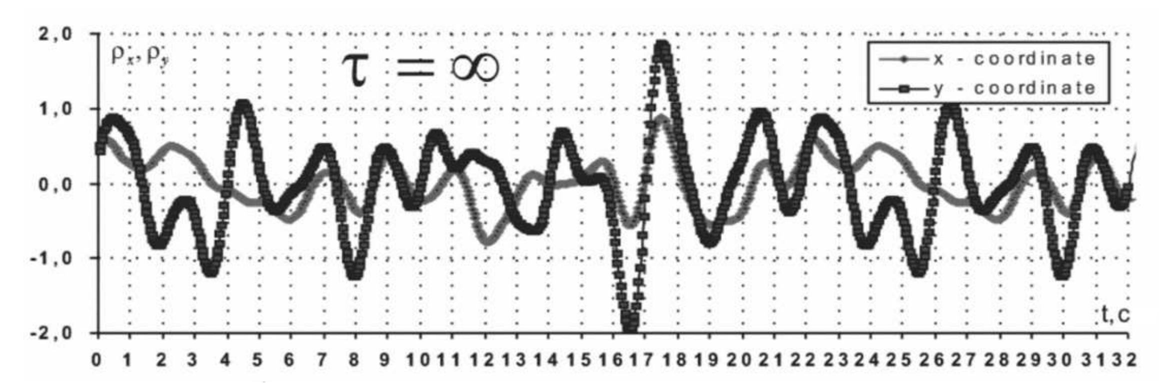


Рис. 3. *Моделирование замороженной турбулентности (τ=∞)*

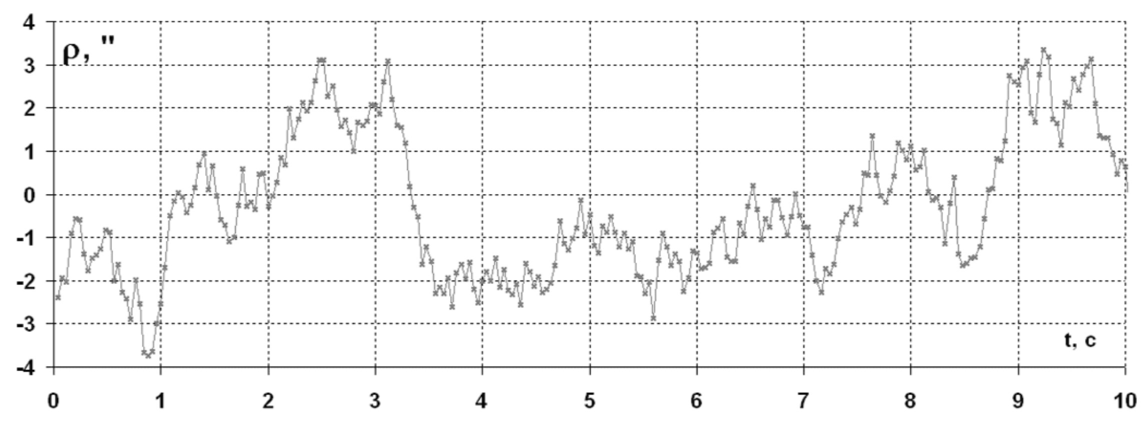


Рис. 4. *Включение временной эволюции экрана τ=1 с, σ=0,3 м/с*

Нами проведен численный эксперимент для таких же параметров трассы и излучения для различных значений параметра τ. Результаты для $\tau=\infty$, что соответствует использованию традиционного алгоритма с ограниченным замороженным экраном, представлены на рис. 3.

Как видно из сравнения рис. 1 и 3, использование гипотезы Тейлора о замороженной турбулентности не позволяет наблюдать мелкомасштабные флуктуации центра тяжести изображения. Кроме того, использование ограниченных фазовых экранов приводит к тому, что в эволюции флуктуаций координат центра тяжести изображения наблюдается периодичность, в данном случае T=22 с.

Как уже отмечалось ранее, предлагаемый в данной работе алгоритм построения экрана позволяет избавиться от периодичности и учесть временную трансформацию распределения турбулентных неоднородностей за счет мелкомасштабных флуктуаций скорости ветра. Положим τ=2 с, что соответствует снижению коэффициента корреляции экранов до уровня 0,2 за время 2,5 с. Время 2,5 с для заданной скорости ветра и размеров экрана эквивалентно времени полного проноса экрана вдоль оси x. Таким образом, для заданных начальных данных при τ=2 с будет получен непериодический бесконечный фазовый экран. Видно, что в отличие от случая $\tau=\infty$ во временной зависимости флуктуаций центра тяжести изображения появляются мелкомасштабные флуктуации и одновременно пропадает периодичность (рис. 4).

Отметим, что характер мелкомасштабных флуктуаций центра тяжести изображения, полученных в численном моделировании при τ=1 с отличается от эксперимента, соответствующего σ=0,5 м/с. Исследуя различные значения параметра τ, можно подобрать для него такое значение, при котором результаты численного эксперимента максимально приближены к результатам реального эксперимента. Анализ полученных результатов будем проводить на основе сравнения автокорреляционных функций, определяемых характером флуктуаций координат центра тяжести изображения. На рис. 5 представлены автокорреляционные функции для результатов моделирования.

Видно, что для наиболее адекватного моделирования рассматриваемых натурных экспериментов, соответствующих σ=0,3 и 0,5 м/с, подходят значения τ=1 и 0,1 с, соответственно. Для моделирования экспериментов с другими атмосферными условиями подбор соответствующего значения τ также не представляет трудности. Кроме того, если необходимо моделировать изменение атмосферных условий в ходе эксперимента, можно варьировать значение τ прямо в процессе моделирования.

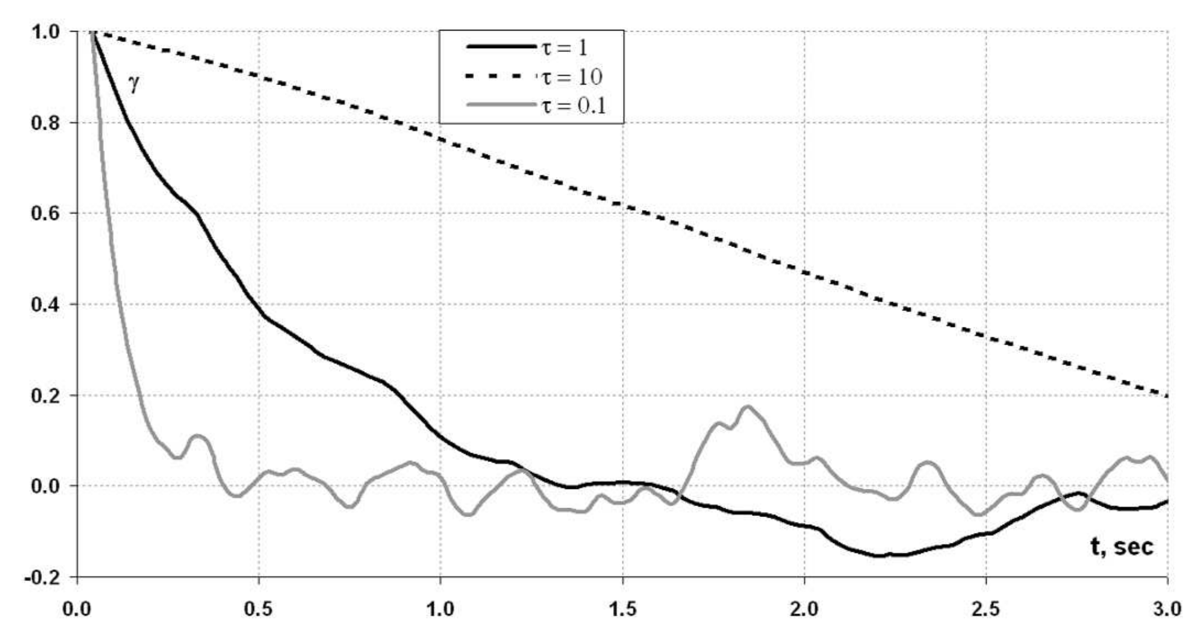


Рис. 5. *Автокорреляционные функции для флуктуаций центра тяжести изображения при τ=0,1; 1; 10 с. Результаты численного моделирования*

Заключение

Для моделирования задачи распространения оптического излучения в атмосфере требуется учет временных изменений неоднородностей показателя преломления за счет мелкомасштабных флуктуаций скорости ветра.

Предлагаемый в работе алгоритм построения фазовых экранов для моделирования влияния атмосферной турбулентности в предельном случае $\tau=\infty$ совпадает с традиционным алгоритмом формирования ограниченного экрана без учета временной эволюции. Выбор параметра τ позволяет варьировать скорость эволюции фазового экрана, учитывая тем самым флуктуации скорости ветра. Чем меньше значение τ, тем быстрее эволюционирует экран и тем соответственно большему значению флуктуаций скорости ветра оно соответствует.

Если в ходе моделирования необходимо варьировать атмосферные условия, что в рамках долговременных экспериментов представляется актуальным, этого можно добиться соответствующим изменением параметра τ.

Еще одним немаловажным достоинством предлагаемого алгоритма формирования неограниченного экрана является то, что он не требует дополнительных вычислительных ресурсов и его быстродействие практически не уступает традиционному алгоритму формирования ограниченных фазовых экранов.

Дальнейшее развитие предложенного в работе алгоритма к задачам атмосферной оптики авторы видят в определении количественных зависимостей используемого параметра τ от параметров атмосферы и геометрии распространения излучения.

Авторы благодарят А.Л. Афанасьева и А.П. Ростова за предоставленные экспериментальные данные, а П.В. Парамонова и А.М. Воронцова за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // Appl. Phys. – 1976. – V. 10. – № 2. – P. 129–160.
2. Rytov S.M., Kravtsov Yu.A., Tatarskii V.I. Principles of Statistical Radiophysics. 3. Elements of Random Fields. – Berlin-Heidelberg: Springler-Verlag, 1989. – 438 p.
3. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 176 с.
4. Воронцов А.М., Парамонов П.В. Генерация бесконечных фазовых экранов для моделирования распространения оптического излучения через турбулентность // Известия вузов. Сер. Радиофизика. – 2006. – Т. 49. – № 1. – С. 21–34.